التمرين الأول : (10 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 2 ، 1 ، 0 وكرتين بيضاوين تحملان الرقمين 0 ، 1 . (كل الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحادثتين التاليتين A : " سحب كرة من كل لون " و B : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

أ- أحسب احتمال كل من الحادثتين A و B ثم بيّن أنّ احتمال الحادثة $A\cap B$ هو $\frac{3}{56}$.

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ- حدّد قانون احتمال X .

ب- أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني : (10 نقاط)

f الدالة العددية المتزايدة تماما والمعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{3x}{x+1}$.

و (U_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<2$.

ب) بيّن أن (U_n) متتالية متزايدة تماما على IN واستنتج أنها متقاربة .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\frac{U_n-2}{U_n}$.

- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

3) أ- تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $U_n=\frac{2}{1-V_n}$.

ب- عبّر بدلالة n عن V_n و U_n ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

4) أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}.....+\frac{1}{U_n}$.